

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ I¹

3 Σεπτεμβρίου 2012

Ονοματεπώνυμο..... Α.Μ.....

1) Ένα μεγάλο σφαιρικό μπαλόνι ξεφουσκώνει με τέτοιο τρόπο ώστε να διατηρεί το σφαιρικό του σχήμα και ο όγκος του να μειώνεται κατά 2 κυβικά μέτρα το δευτερόλεπτο. Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ακτίνα του και η επιφάνειά του τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ακτίνα του είναι ίση με 8 μέτρα.

2) Να υπολογιστούν τα όρια:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln x)}{x^{1/2}}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

3) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα:

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^x} dx$$

4) Να υπολογισθεί η επιφάνεια του μεγίστου ορθογωνίου παραλληλογράμμου που έχει τη μία του βάση στον άξονα Ox και οι άλλες δύο κορυφές του είναι πάνω στην καμπύλη $y(x) = 1 - x^2$.

5) Να υπολογισθεί ο όγκος του κρασιού που μπορεί να χωρέσει ένα συνηθισμένο ποτήρι κρασί, υποθέτοντας ότι δημιουργείται από την περιστροφή της καμπύλης $y(x) = x^2$ γύρω από τον άξονα Oy και το χείλος του ποτηριού έχει ακτίνα 1.

6) Για μικρές τιμές του x προσεγγίζουμε το $\sin x \sim x$. Ποιο θα είναι το εύρος των τιμών του x για να είναι η προσεγγιστική απάντηση σωστή μέχρι το έκτο δεκαδικό ψηφίο.

¹ Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες.